

УДК 519.6

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОЛЕТА ВИСЯЧЕГО МОСТА МЕТОДАМИ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Чемодуров¹ В.Т., Кузьменко² О.А., Хитрук³ С.А.

Академия строительства и архитектуры (структурное подразделение) ФГАОУ ВО КФУ им. В.И. Вернадского, г. Симферополь, ул. Киевская, 181.

e-mail: ¹ chens_mu1@mail.ru, ² olya.kuzy@mail.ru, ³ sergej.xitruk97@mail.ru

Аннотация. Как известно, висячие мосты по своей общей массе значительно легче мостов других конструкций. В этом заключается несомненное их положительное качество. Не случайно, мосты данного типа получили широкое распространение на практике. Однако, наряду с неоспоримыми преимуществами, данный тип мостов достаточно чувствителен к ветровым нагрузкам, которые являются генератором изгибных и крутильных колебаний пролетов при определенных скоростях поперечного воздушного потока. Если лобовое сопротивление моста при поперечном воздушном потоке легко уменьшить за счет проектирования обтекаемых поверхностей, то обеспечение устойчивости поверхности пролета моста на изгибные и крутильные можно обеспечить лишь надлежащим образом выбора профиля его поперечного сечения, обеспечивающего нужный момент инерции, как необходимых компонентов его жесткости.

Ключевые слова: пролет, висячий мост, момент инерции, площадь.

ВВЕДЕНИЕ

История хранит память о десятках катастроф, постигших висячие мосты в XIX и XX веках. Наиболее часто в литературе упоминается разрушение кабельного моста на шоссе Такома - Вашингтон (США), произошедшего в 1940 году при скорости ветра всего 18,7 м/с.

Ветровое воздействие на многие сооружения, особенно высокие и протяженные, весьма существенно. Для таких строительных объектов, как гибкие мостовые конструкции, ветровая нагрузка может иметь решающее значение в формировании картины напряженно-деформированного состояния. Для конструкций мостов эта проблема является более актуальной, чем для любых других строительных конструкций, поскольку пролетные строения, как правило, плохообтекаемы и требуют более ответственного подхода к вопросам безопасности. Немаловажным фактом является и то, что колебания висячих мостов под воздействием

ветра побудили инженеров рассматривать пути решения этой задачи.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ
ИССЛЕДОВАЯ

В настоящее время нормативные документы расчета аэродинамических явлений висячих мостов не в полной мере удовлетворяют требованиям безопасности при строительстве и эксплуатации сооружений. В данной статье предлагается следующий подход к проектированию конструкции пролета моста, состоящий из двух этапов.

На первом этапе изучается поведение плоской пластины в потоке воздуха, которая имеет размеры в плане, соответствующие планируемой конструкции (рисунок 1). Толщина пластины определяется путем расчета устойчивости данной пластины на предельный ветер, который может возникнуть в районе сооружения реального моста.

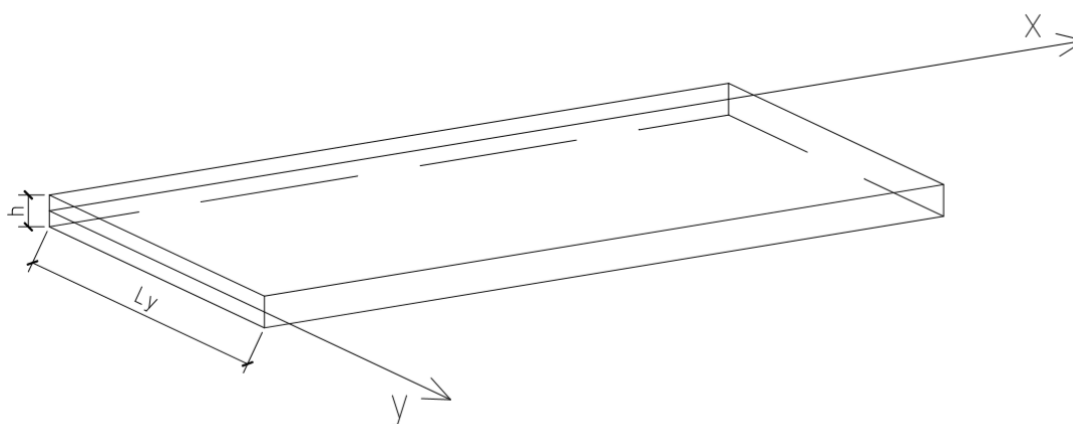


Рис 1. Модель мостового полотна в виде тонкой пластины

L_x – расстояние между точками крепления вант; L_y – ширина балки жесткости; h – высота балки жесткости

Fig. 1. Model of the bridge bed in the form of a thin plate

L_x – distance between cable attachment points; L_y – width of the stiffener beam; h – height of the stiffener beam

Данные предварительного исследования позволяют определить предельное значение изгибного момента инерции $J_{пл}$ пластины

$$J_{пл} = \frac{L_y h^3}{12} \quad (1)$$

и момент сопротивления

$$W_{пл} = \frac{L_y h^2}{6}, \quad (2)$$

а также ее предварительную массу

$$m_{пл} = \rho L_x L_y h, \quad (3)$$

где ρ - приведенная плотность.

Полученные теоретические значения изгибного момента инерции и момента сопротивления являются отправной точкой для обоснования поперечного сечения пролета висячего моста, состоящего из набора отдельных элементов его будущей конструкции.

Второй этап проектирования пролета висячего моста непосредственно связан с определением архитектуры поперечного сечения, которое обеспечит теоретический (предельный) момент инерции.

Такой двух этапный подход к проектированию пролета висячего моста, наряду с заданной устойчивостью, может обеспечить дополнительное снижение массы конструкции, по сравнению с массой пластины. Кроме того, используя методы системного анализа, удастся найти оптимальный облик поперечного сечения пролета моста.

На третьем этапе исследования после построения математической модели поперечного сечения пролета методами системного анализа находятся оптимальные параметры подкрепляющих элементов и общих габаритов конструкции.

Теория системного анализа предлагает в настоящее время довольно обширный список

методов программирования математических моделей систем. Как показывает практика самым универсальным и надежным методом поиска оптимума является случайный поиск. Под случайным поиском понимается намеренное введение элемента случайности в алгоритм поиска. Эта случайность служит целям сбора информации о поведении объекта исследования. В ряде случаев введение такого случайного поведения в поиск дает возможность построить весьма простые и эффективные алгоритмы случайного поиска, которые в определенных случаях превосходят регулярные (в частности градиентные) алгоритмы поиска.

Особенно эффективно применение случайного поиска при оптимизации объектов с большим числом параметров и ограничений, то есть в задачах оптимального проектирования. Рассмотрим его.

В программировании сложных задач оптимальный вектор \hat{x} найти можно лишь приближенно (с заданной точностью), используя численные методы поиска.

Стратегия численных методов нелинейного программирования заключается в том, чтобы из выбранного начального решения $x^0 \in D_x$, за некоторое количество шагов найти оптимальное значение критерия $f^0(x)$ с заданной точностью $\varepsilon > 0$. Характер стратегий поиска меняется по мере его развития может меняться. Вначале, когда о функции вообще нечего не известно, мы должны вести исследование в некоторой небольшой, случайным образом выбранной области с тем, чтобы расположить пробные воздействия я там, где значения критерия ниже. В середине процесса поиска, когда накапливается информация о характере отклика, поиск ведется быстрее. В конце поиска (вблизи оптимума) необходимо интенсивно проводить исследования с целью достижения заданной точности решения задачи ε .

Стратегия любых численных методов основывается на рекуррентной зависимости:

$$x^{s+1} = \pi(x) \cdot (x^s + \rho^s \gamma^s \xi^s) \quad (4)$$

Здесь: x^s – приближения вектора варьируемых параметров после s-й итерации; ρ^s – величина шага в s-й итерации (шаговый множитель); γ^s – нормированный множитель; ξ^s – вектор направления. $\pi(x)$ – операция проектирования x на множество X , то есть учитывает ограничения. Если множество X есть n-мерный параллелепипед, то есть

$$X\{x = (x_1, \dots, x_n): a_j \leq x_j \leq b_j, j = \overline{1, n}\}, \quad \text{то } \pi(x) = \{\pi_1(x), \dots, \pi_n(x)\} \text{ а}$$

$$\pi_o(x) = \begin{cases} a_j & \text{при } x_j < a_j, \\ b_j & \text{при } x_j > b_j, \\ x_j & \text{при } a_j \leq x_j \leq b_j. \end{cases} \quad (5)$$

Формула поиска (4) удовлетворяет существующему многообразию методов нелинейного программирования.

Рассмотрим простейший метод случайного поиска, который носит название метода удачной

выборки. Его идея заключается в том, что направление перехода от точки x^s в новую x^{s+1} выбирается из условия

$$\xi^s = \begin{cases} \beta^s & \text{при } f^0(x^s + \rho^s \xi^s) < f^0(x^s), \\ 0 & \text{при } f^0(x^s + \rho^s \xi^s) \geq f^0(x^s). \end{cases} \quad (6)$$

При выполнении первого условия (6) шаг считается удачным и осуществляется переход в эту точку $x^{s+1} = x^s + \rho^s \xi^s$. В противном случае вырабатывается новое значение β^s . Здесь: $\beta^s = (\beta_1^s, \dots, \beta_n^s)$ – случайный вектор, j – ая компонента которого есть случайная величина с равномерным распределением на отрезке $[-1, 1]$, либо с нормальным распределением, параметры которого $M(\beta_j^s) = 0$, $D(\beta_j^s) = 1$.

При реализации алгоритмов (4)-(6) в реальных задачах следует также учитывать ограничения

$$\rho^s = \exp[-10^{-3}(N^2 + \sup N^2 + n^2)]. \quad (7)$$

где: N – число неудачных шагов из последней опорной точки поиска; $\sup N$ – наибольшее число неудачных шагов, совершенных из какой-либо опорной точки поиска за весь предшествующий процесс оптимизации; n – число варьируемых параметров.

При таком задании случайного шага значения модуля последнего зависит от качественной характеристики приращения целевой функции. При положительном значении $\Delta f^0 = f^0(x^{s+1}) - f^0(x^s)$ происходит увеличение N , благодаря чему в последующем повышается вероятность удачного шага. По мере приближения к точке оптимума \hat{x} вероятность удачного шага имеет тенденцию к уменьшению. С целью повышения вероятности

$f^i(x)$, $i = \overline{1, m}$, то есть следует предусмотреть операцию возврата в исходную точку поиска (при нарушении функционального ограничения шаг признается неудачным), либо вводить функции штрафа аналогичные, как и для регулярных методов поиска.

Важным вопросом в реализуемых алгоритмах случайного поиска остается вопрос о выборе шага на каждой итерации. Наибольшее распространение получили алгоритмы, в которых выбор шага осуществляется с учетом результативности случайных шагов:

удачного шага по мере приближения к оптимуму в масштаб шага вводят зависимость от значения наибольшего числа шагов из опорных точек $\sup N$, которая позволяет уменьшить среднюю длину шага и повысить точность определения \hat{x} .

Косвенным признаком окончания процесса оптимизации может служить достаточно длинная последовательность неудачных шагов, например $N_{max} = 40 + 5\sqrt{n}$, так как очевидно, что все шаги, совершенные из оптимальной точки \hat{x} , будут неудачными.

Рассмотрим следующий пример. Пусть поперечное сечение моста имеет вид, показанный на рисунке 2.

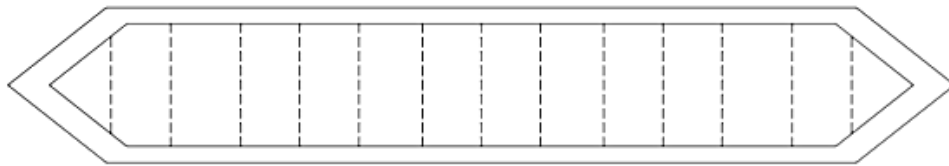


Рис. 2. Схема поперечного сечения пролета моста
Fig. 2. Scheme cross section of bridge span

На нем показаны два полотна: верхний представляет собой проезжую часть; нижнее полотно обеспечивает плавное обтекание потоком воздуха при минимальном лобовом сопротивлении. Между ними должен располагаться набор элементов в виде продольных коробов, двутавров, либо набор элементов ферменного типа. В любом

случае данная конструкция должна обеспечить требуемую величину момента инерции.

Приведем пример набора в виде двутавровой конструкции (рисунок 3).

В данном примере двутавр не относится к перечню сортамента двутавров, а его размеры произвольны.

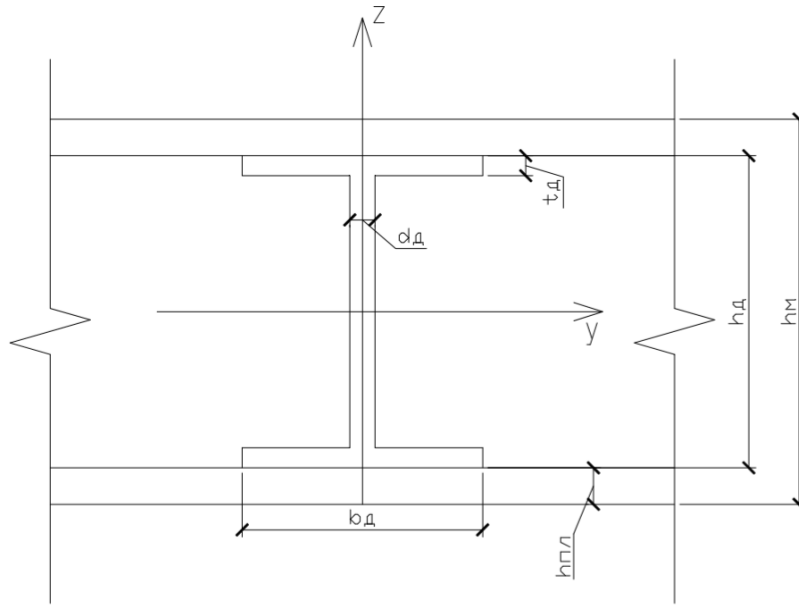


Рис. 3. Узел проезжей части висячего моста
Fig. 3. Roadway Junction of the suspension bridge

В этом случае моменты инерции конструкции состоит из моментов инерции верхнего и нижнего полотен, а также из моментов инерции всего набора двутавров относительно оси «у». Для простоты задачи зададим одинаковую толщину верхнего и нижнего полотна. Тогда их общий момент инерции

$$J_{\Pi} = 2 \left[\frac{L_y h_{\Pi}^3}{12} + L_y h_{\Pi} \left(\frac{h_m}{2} - \frac{h_n}{2} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Выражение для момента одного двутавра инерции имеет вид

$$J_{d1} = \frac{d_d (h_d - 2t_d)^3}{12} + 2 \left[\frac{b_d t_d^3}{12} + b_d t_d \left(\frac{h_d}{2} - \frac{t_d}{2} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

Общий момент инерции сечения

$$J_{\Sigma} = J_{\Pi} + n J_{d1}, \quad (10)$$

где n – количество двутавров в наборе.

Общая площадь поперечного сечения пролета моста определится по формуле

$$A_{\Sigma} = A_{\Pi} + n A_{d1}. \quad (11)$$

Здесь:

$A_{\Pi} = 2L_y h_{\Pi}$ – площадь поперечного сечения двух плоскостей;

$A_{d1} = 2b_d t_d + d_d (h_d - 2t_d)$ – площадь поперечного сечения одного двутавра.

Для нахождения конкретных размеров наборного пролета висячего моста ставится задача оптимизации, которая заключается в минимизации целевой функции (площади поперечного сечения пролета или его массы)

$$f^0(x) = A_{\Sigma} \rightarrow \min \quad (12)$$

При ограничениях: момент инерции наборного сечения пролета должен быть не меньше требуемого

$$f^1(x) = J_{\Sigma} \leq J_{\Pi л}, \quad (13)$$

момент сопротивления наборного сечения не превышает допустимое значение

$$f^2(x) = W_{\Sigma} \leq W_{\Pi л}. \quad (14)$$

при этом число варьируемых переменных равно семи: $d_d, h_m, h_n, h_d, b_d, t_d, n$.

Число варьируемых переменных целесообразно сократить, используя статистические данные по изготовлению двутавров специального назначения. При этом выявлены следующие значения ряда геометрических размеров в зависимости от высоты двутавра

$$b_d = 0,32h_d, \quad d_d = t_d = 0,02h_d. \quad (15)$$

Таким образом, число варьируемых переменных сократиться до четырёх: h_m, h_n, h_d, n .

Далее используем зависимость $h_m = h_d + 2h_n$.

В этом случае останется всего три независимых варьируемых параметра: h_n, h_d, n .

$$A_{d1} = 0,0336h_{d1}. \quad (18)$$

Теперь преобразуем зависимости (8) – (11) с учетом принятых допущений

$$J_{d1} = 0,00454h_d^4, \quad (16)$$

$$J_{\Sigma} = J_{пл} + n \cdot J_{d1}J_{d1}, \quad W_{\Sigma} = \frac{J_{\Sigma}}{\frac{h_d}{2} + h_{пл}}. \quad (17)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты оптимизации сечения приведенного примера сведены в таблицы. Первая таблица соответствует параметрам пластины, найденных для скорости потока воздуха 30 м/с, вторая таблица рассчитана для исходных параметров пластины, выбранной из условий ее устойчивости при скорости воздуха 40 м/с.

Таблица 1. Исходные данные: $J_{пл} = 0,933 \text{ м}^4$; $v = 30 \text{ м/с}$; $A_{пл} = 13,6 \text{ (м}^2\text{)}$.

Table 1. Source data: $J_{пл} = 0,933 \text{ м}^4$; $v = 30 \text{ м/с}$; $A_{пл} = 13,6 \text{ (м}^2\text{)}$.

n	$A \text{ (м}^2\text{)}$	$h_{пл} \text{ (м)}$	$h_d \text{ (м)}$	$h_m \text{ (м)}$
10	2,35	0,0269	1,490	1,548
20	3,03	0,0288	1,442	1,500
30	3,78	0,0388	1,228	1,305
40	4,28	0,0400	1,206	1,286
50	4,77	0,0454	1,126	1,217
60	5,24	0,0543	1,017	1,125

Таблица 2. Исходные данные: $J_{пл} = 1,64 \text{ м}^4$; $v = 40 \text{ м/с}$; $A_{пл} = 16,4 \text{ (м}^2\text{)}$.

Table 2. Source data: $J_{пл} = 1,64 \text{ м}^4$; $v = 40 \text{ м/с}$; $A_{пл} = 16,4 \text{ (м}^2\text{)}$.

n	$A \text{ (м}^2\text{)}$	$h_{пл} \text{ (м)}$	$h_d \text{ (м)}$	$h_m \text{ (м)}$
10	2,92	0,0291	1,912	1,970
20	4,03	0,0388	1,642	1,719
30	4,89	0,0471	1,477	1,572
40	5,63	0,0504	1,423	1,524
50	6,27	0,0518	1,402	1,506
60	6,80	0,0618	1,269	1,406

ВЫВОДЫ

Предложенный метод проектирования пролетов висячих мостов, основанных на предварительном определении их жесткости, приводится впервые. Форма поперечного сечения наборного пролета выбирается произвольно. Однако, решающим фактором ее выбора является решение задачи оптимизации с целью уменьшения массы моста в целом. В таблицах 1 и 2 приводятся параметры наборного моста для фиксированных значений подкрепляющих элементов.

Из результатов исследования следует:

– наборное сечение пролета висячего моста снижает его площадь поперечного сечения (массу) по сравнению с площадью поперечного сечения плоской пластиной с соответствующей жесткостью в 3–4 раза;

– еще больший выигрыш в массе моста можно получить при включении в число варьируемых параметров количество n подкрепляющих элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чемодуров В.Т., Литвинова Э.В., Сеитжелилов М.С. Численные методы: монография. – Симферополь: ИТ «АРИАЛ», 2017. – С. 88-98.
2. Чемодуров В.Т., Жигна В.В. Методы теории планирования эксперимента в решении технических задач: монография. – Симферополь, 2012. – С. 98-100.
3. Погорелов В.И. Строительная механика тонкостенных конструкций: Уч. пособие для студентов высших учебных заведений. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 528с.
4. Дмитриев Ю.В., Дороган А.С. Аналитические методы расчета висячих и вантовых мостов // Уч. пособие// Хабаровск «ДВГУПС», 2008. – С. 124-131.
5. Безухов Н.И., Лужин О.В., Колкунов Н.В. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах: Уч. пособие для строит. спец. вузов. – 3-е

изд., перераб. – М.: Высшая школа, 1987. – С. 164-170.

6. Чемодуров В.Т., Литвинова Э.В. Моделирование систем: монография. – Симферополь: ИТ «АРИАЛ», 2016. – 230с.

REFERENCES

1. Chemodurov V.T., Litvinova E.V., Seitzhelilov M.S. Numerical methods: monograph. Simferopol: ИТ «АРИАЛ», 2017. 88-98 p.

2. Chemodurov V.T., Zhigna V.V. Methods of the theory of experiment planning in solving technical problems: monograph. Simferopol, 2012. 98-100 p.

3. V.I. Pogorelov Building mechanics of thin-walled structures: Uch. manual for students of higher

educational institutions. SPb.: BHV-Petersburg, 2007. 528 p.

4. Dmitriev Yu.V., Dorogan A.S. Analytical methods for calculating suspension and cable-stayed bridges // Uch. manual // Khabarovsk «FESTU». 2008. 124-131 p.

5. Bezukhov N.I., Luzhin O.V., Kolkunov N.V. 1987 Stability and dynamics of structures in examples and tasks: Uch. manual for construction specialists. universities. - 3rd ed., Revised - M.: Higher school. 164-70p.

6. Chemodurov V.T., Litvinova E.V. System modeling: monograph. – Simferopol: ИТ «АРИАЛ», 2016. 230 p.

DESIGNING THE SPAN OF A HANGING BRIDGE BY METHODS OF SYSTEM ANALYSIS

Chemodurov¹ V.T., Kuzmenko² O.A., Khitruk³ S.A.

¹Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department. Mechanics and seismic resistance of structures, D.T.S. Professor of the Academy of Civil Engineering and Architecture (structural unit) V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, st. Kievskaya, 181, Russia, e-mail: chens_mu1@mail.ru

²Assistant of the Department. Mechanics and seismic resistance of structures, assistant of the Academy of Civil Engineering and Architecture (structural unit) V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, st. Kievskaya, 181, Russia, e-mail: olya.kuzy@mail.ru

³Second year master's student TPZS-191 group of the Academy of Civil Engineering and Architecture (structural unit) V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, st. Kievskaya, 181, Russia, e-mail: olya.kuzy@mail.ru

Abstract. As you know, suspension bridges are much lighter in their total weight than bridges of other structures. This is their undoubted positive quality. It is no accident that this type of bridge is widely used in practice. However, along with the undeniable advantages, this type of bridge is quite sensitive to wind loads, which are a generator of bending and torsional vibrations of spans at certain speeds of transverse air flow. If the drag of the bridge with a transverse air flow can be easily reduced by designing streamlined surfaces, then ensuring the stability of the bridge span surface for bending and torsion can only be ensured by properly selecting the profile of its cross-section, which provides the necessary moment of inertia, as necessary components of its rigidity.

Key words: Span, suspension bridge, moment of inertia, area.