ВАРИАТИВНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОФАКТОРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Селезнёв И.В.¹, Конопацкий Е.В.², Воронова О.С.³

^{1, 2, 3} ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

ДНР, г. Макеевка, ул. Державина 2

¹ i.v.seleznyov@yandex.ru; ² e.v.konopatskiy@mail.ru; ³ kornilova.oly@mail.ru

Аннотация. В работе исследовано влияние вариативных геометрических алгоритмов при моделировании многофакторных процессов с помощью многомерной интерполяции. Геометрическим моделям многофакторных процессов, полученным при помощи многомерной интерполяции присуща вариативность, которая является следствием множественности выбора опорных линий в ходе разработки геометрических схем моделирования. При этом все возможные вариации геометрических интерполянтов полностью удовлетворяют исходным данным. Установлено, что количество вариаций геометрических схем напрямую зависит от количества текущих параметров и размерности пространства, в котором располагается моделируемый геометрический объект. Таким образом, вариативный подход к геометрическому моделированию многофакторных процессов порождает целый ряд научных задач, основная из которых – необходимость определения влияния вариативности геометрических алгоритмов на конечные результаты вычислительного эксперимента и, как следствие, выбор наилучших результатов моделирования. Для этого в статье приведены исследования вариативных геометрических алгоритмов и вычислительных экспериментов на примере 2-параметрических геометрических интерполянтов. Предложена классификация 2-параметрических геометрических интерполянтов, которые были условно разделены на 3 вида. В зависимости от геометрической схемы построения интерполянта были выделены: квадратная геометрическая схема, прямоугольная геометрическая схема, смешанная геометрическая схема. В результате вычислительных экспериментов установлено, что для квадратной геометрической схемы вариативность не оказывает влияние на итоговые результаты, в прямоугольных геометрических схемах вариативность оказывает незначительное влияние, а смешанные геометрические схемы могут иметь значительные отличия и требуют дополнительных исследований для выбора наиболее качественной геометрической модели процесса. Сравнение геометрических моделей были выполнены методами научной визуализации путём наложения поверхностей отклика друг на друга.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, вариативные геометрические алгоритмы, многофакторный процесс, поверхность отклика, геометрический интерполюнт, точечное исчисление.

ВВЕДЕНИЕ

Построение, анализ и оптимизация многофакторных процессов и явлений – это неотъемлемая задача любого исследования. Для выполнения подобных задач существует обширный набор инструментов и способов из реализации [1-4]. Тем не менее, известные методы математического моделирования не всегда могут обеспечить требуемый функционал для исследователя, поскольку процесс моделирования происходит с поочерёдным анализом влияющих факторов, что лишает возможности оценить влияние того или иного фактора на всю систему в целом. Более эффективным методом для решения подобного рода задач являются методы многомерной геометрии, суть которых заключается в представлении исследуемого многофакторного процесса в виде многопараметрического геометрического объекта, проходящего через наперёд заданные точки, принадлежащего многомерному аффинному пространству. В процессе формирования геометрической модели возникает многовариантность, заключающаяся в выборе геометрического интерполянта, размерность которого тесно связана с количеством возможных

вариаций. При этом число опорных кривых и количество точек, через которую она проходит, зависит исключительно от субъективного выбора исследователя. Например, для двухпараметрического геометрического интерполянта существует возможность на одной и той же сети точек получить минимум две разных геометрических модели, путём выбора направляющих и образующей линий поверхности отклика. В результате получим, минимум две разные модели, проходящие через одни и те же наперёд заданные точки, координаты которых соответствуют исходным экспериментально-статистическим данным, с различной кривизной между узловыми точками интерполяции. Цель данной работы – исследовать влияние вариативных геометрических схем на искомую модель процесса на примере моделирования двухфакторных процессов, представленных в виде поверхностей отклика.

Особенности определения вариативных схем построения геометрических интерполянтов

Для моделирования многофакторных процессов с помощью геометрической теории многомерной интерполяции [5-7] необходимо разработать и

аналитически описать геометрическую схему его графического построения при помощи математического аппарата «Точечное исчисление» [4-9]. Процесс построения геометрической схемы обусловлен исходными данными для моделирования, несмотря на это можно выделить два основных принципа формирования таких схем, которые получили название дерева геометрической модели [6].

1. Любой сложный интерполянт можно представить в виде суммы более простых

интерполянтов, объединённых между собой с помощью образующей линии. К примеру, 2-параметрический интерполянт, можно представить как совокупность опорных линий, проходящих через наперёд заданные точки, объединённых с помощью образующей линии (рис. 1а). Благодаря такому представлению системы формируется дерево геометрической модели. Сменив направляющие линии, проходящие через те же самые исходные точки, получим другое дерево геометрической модели (рис. 1б).

Рис. 1. Геометрические схемы моделирования двухфакторного процесса.
Fig. 1. Geometric schemes for modeling the two-factor process.

Оси Ox и Oy (рис. 1) соответствуют факторам, влияющим на процесс, а ось Oz – искомая функция отклика. Аналитически варианты геометрической модели 2-х факторного процесса можно описать в виде следующих последовательностей точечных уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} M_1 = \sum_{j=1}^n M_{1j} p_{1j}(u); \\ \dots\dots\dots \\ M_i = \sum_{j=1}^n M_{ij} p_{ij}(u); \\ \dots\dots\dots \\ M_m = \sum_{j=1}^n M_{mj} p_{mj}(u); \\ M = \sum_{i=1}^m M_i q_i(w). \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} M_1 = \sum_{i=1}^m M_{i1} p_{i1}(u); \\ \dots\dots\dots \\ M_j = \sum_{i=1}^m M_{ij} p_{ij}(u); \\ \dots\dots\dots \\ M_m = \sum_{i=1}^m M_{in} p_{in}(u); \\ M = \sum_{j=1}^n M_j q_j(w). \end{array} \right.$$

В основе моделирования многофакторных процессов положен простейший принцип принадлежности одного геометрического объекта к другому из начертательной геометрии [10]. К примеру, прямая линия принадлежит плоскости, при условии того, что две точки этой прямой принадлежат этой же плоскости. А точка принадлежит плоскости если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости. Представив прямую, как частный случай кривой, а плоскость – как частный случай поверхности, тогда можно сделать вывод о том, что исходные точки будут принадлежать поверхности, если сгруппировать их

в направляющие линии, объединив с помощью образующей. В таком случае, точки принадлежащие опорным линиям, также будут принадлежать искомой поверхности. Образующая в этом случае является линией, проходящей через текущие точки направляющих линий искомой поверхности.

Аналогичным образом 3-факторная модель процесса определяется трёхпараметрическим множеством точек – гиперповерхностью 4-мерного пространства, проходящей через наперёд заданные точки (рис. 2). В этом случае, количество возможных комбинаций выбора направляющих и образующих линий резко возрастает.

Рис. 2. Дерево геометрической модели 3-факторного процесса.

Fig. 2. Geometric model tree of the 3-factor process.

Все 2-параметрические геометрические интерполянты можно условно разделить на 3 вида в зависимости от количества и расположения исходных точек в 3-мерном пространстве:

1. Квадратная геометрическая схема, у которой количество экспериментальных точек на каждой опорной линии является одинаковым и совпадает с количеством опорных линий. Например, три опорных линии с тремя точками на каждой из них формируют 2-параметрический геометрический интерполянт, проходящий через 9 наперёд заданных точек (рис. 3а).

2. Прямоугольная геометрическая схема, у которой количество экспериментальных точек на каждой опорной линии является одинаковым, но количество опорных линий отличается от

количества экспериментальных точек. Например, четыре опорных линии по пять точек на каждой из них формируют 2-параметрический геометрический интерполянт, проходящий через 20 наперёд заданных точек (рис. 3б).

3. Смешанная геометрическая схема, у которой количество экспериментальных точек на опорных линиях и количество самих линий никак не связаны. Например, первая опорная линия с пятью точками, вторая и четвертая опорные линии с семью точками, третья опорная линия с тремя точками, пятая опорная линия с девятью точками и шестая опорная с четырьмя точками на каждой из них формирует 2-параметрический геометрический интерполянт, проходящий через 35 наперёд заданных точек (рис. 3в).

Рис. 3 Виды геометрических схем в зависимости от количества и расположения исходных точек в пространстве.

Fig. 3 Types of geometrical schemes depending on the number and location of initial points in space.

Исследуем влияние выбора опорных линий в процессе построения геометрической схемы модели процесса на примерах, представленных в виде квадратной, прямоугольной и смешанной геометрической схемы. Для сравнения геометрических интерполянтов в различных вариациях воспользуемся методами научной визуализации путём наложения поверхностей друг на друга.

Вариативные модели с квадратной геометрической схемой построения поверхности отклика

В первом примере рассмотрим квадратную геометрическую схему, построенную по геометрической модели зависимости степени сухости пара от температуры и удельного объёма хладагента R407C. На основании диаграммы (рис. 4) установим экспериментальные точки.

Рис. 4. Диаграмма физического состояния хладагента.
Fig. 4. Refrigerant physical state diagram.

Сгруппируем 25 исходных точек так, чтобы они образовали пять опорных линий: $A_1A_2A_3A_4A_5$, $B_1B_2B_3B_4B_5$, $C_1C_2C_3C_4C_5$, $D_1D_2D_3D_4D_5$, и $E_1E_2E_3E_4E_5$. В результате получим геометрическую схему с пятью опорными линиями и образующей (рис. 5 а). Оси координат (рис. 5) имеют следующие обозначения: Ot – температура хладагента, Ov – удельный объем, OX – степень сухости пара. Для более наглядного изображения схем был выбран разный масштаб по осям.

Рис. 5. Вариативные квадратные геометрические схемы.
Fig. 5. Variable square geometric patterns.

Исходные данные для геометрического моделирования, были получены по термодинамической диаграмме $\log P-h$ (рис. 4) и

определены с помощью системы автоматизированного проектирования КОМПАС-3D при значительном увеличении (табл. 1).

Таблица 1. Исходные данные для геометрического моделирования физического состояния хладагента R407C.

Table 1. Initial data for geometrical modeling of physical state of R407C refrigerant.

№ п/п	Наименование точек	$t, ^\circ\text{C}$	$v, \text{м}^3/\text{кг}$	$X, \%$	№ п/п	Наименование точек	$t, ^\circ\text{C}$	$v, \text{м}^3/\text{кг}$	$X, \%$
1	A_1	-40	0,006	0,0276	14	C_4	10	0,0301	0,8425
2	A_2	-40	0,05	0,242	15	C_5	10	0,0382	1
3	A_3	-40	0,1	0,455	16	D_1	35	0,006	0,33
4	A_4	-40	0,175	0,729	17	D_2	35	0,009	0,518
5	A_5	-40	0,264	1	18	D_3	35	0,0125	0,706
6	B_1	-15	0,006	0,072	19	D_4	35	0,0152	0,853
7	B_2	-15	0,02	0,254	20	D_5	35	0,018	1
8	B_3	-15	0,04	0,491	21	E_1	60	0,006	0,678
9	B_4	-15	0,06	0,705	22	E_2	60	0,0067	0,764
10	B_5	-15	0,092	1	23	E_3	60	0,0075	0,85
11	C_1	10	0,006	0,161	24	E_4	60	0,0081	0,925
12	C_2	10	0,0125	0,351	25	E_5	60	0,0088	1
13	C_3	10	0,025	0,685					

По геометрической схеме (рис. 5а), определим уравнения для опорных линии как дуги параболы 4-го порядка проходящих через пять наперёд

заданные точки. Например, точечное уравнение линии $A_1A_2A_3A_4A_5$ имеет следующий вид:

$$M_1 = A_1(\bar{u}^4 - \frac{13}{3}\bar{u}\bar{u}^3 + \frac{13}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 - \bar{u}\bar{u}^3) + A_2(16\bar{u}\bar{u}^3 - \frac{64}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 + \frac{16}{3}\bar{u}\bar{u}^3) + \\ + A_3(-12\bar{u}\bar{u}^3 + 40\bar{u}^2\bar{u}^2 - 12\bar{u}\bar{u}^3) + A_4(\frac{16}{3}\bar{u}\bar{u}^3 - \frac{64}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 + 16\bar{u}\bar{u}^3) + A_5(-\bar{u}\bar{u}^3 + \frac{13}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 - \frac{13}{3}\bar{u}\bar{u}^3 + \bar{u}^4), \quad (10)$$

где $0 \leq u \leq 1$, $\bar{u} = (1-u)$.

Для других опорных линий применяться аналогичные точечные уравнения. Образующую линию поверхности, представим как кривую,

проходящую через пять точек M_1, M_2, M_3, M_4 и M_5 , точечное уравнение которой имеет вид:

$$M = M_1(\bar{w}^4 - \frac{13}{3}w\bar{w}^3 + \frac{13}{3}\bar{w}^2w^2 - \bar{w}w^3) + M_2(16w\bar{w}^3 - \frac{64}{3}\bar{w}^2w^2 + \frac{16}{3}\bar{w}w^3) + \\ + M_3(-12w\bar{w}^3 + 40\bar{w}^2w^2 - 12\bar{w}w^3) + M_4(\frac{16}{3}w\bar{w}^3 - \frac{64}{3}\bar{w}^2w^2 + 16\bar{w}w^3) + \\ + M_5(-w\bar{w}^3 + \frac{13}{3}\bar{w}^2w^2 - \frac{13}{3}\bar{w}w^3 + w^4), \quad (11)$$

ГДЕ $0 \leq w \leq 1$, а $\bar{w} = (1-w)$.

С учётом исходных данных из (табл. 1) и покоординатного расчёта получим систему параметрических уравнений, где t, v и X являются

координатами текущей точки отсека поверхности, проходящей через наперёд заданные 25 точек:

$$\begin{cases} t = 100w - 40; \\ v = 0,006 + (-0,32 - 12,26w^4 + 28,06w^3 - 21,28w^2 + 5,80w)u^4 + (0,68 + 23,71w^4 - 54,36w^3 + 41,42w^2 - \\ - 11,46w)u^3 + (-0,32 - 14,06w^4 + 32w^3 - 24,04w^2 + 6,43w)u^2 + (0,21 + 3,27w^4 - 7,6w^3 + 5,98w^2 - 1,87w)u; \\ X = (-1,34 - 134,03w^4 + 286,74w^3 - 198,23w^2 + 46,88w)u^4 + (262,10w^4 - 560,03w^3 + 386,69w^2 - \\ - 91,49w + 2,68)u^3 + (-156,78w^4 + 337w^3 - 233,99w^2 + 55,23w - 1,43)u^2 + (1,07 + 28,02w^4 - 63,08w^3 + \\ + 45w^2 - 10,69w)u + 0,0276 + 0,072w + 0,67w^4 - 0,64w^3 + 0,54w^2. \end{cases} \quad (12)$$

Рассмотрим другую геометрическую схему (рис. 5б), построенную на тех же исходных данных (табл. 1). Сформируем опорные линии проходящие через пять точек каждая: A_i, B_i, C_i, D_i и E_i :

$$\begin{aligned}
 M_i = & A_i(\bar{u}^4 - \frac{13}{3}\bar{u}\bar{u}^3 + \frac{13}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 - \bar{u}\bar{u}^3) + B_i(16\bar{u}\bar{u}^3 - \frac{64}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 + \frac{16}{3}\bar{u}\bar{u}^3) + \\
 & + C_i(-12\bar{u}\bar{u}^3 + 40\bar{u}^2\bar{u}^2 - 12\bar{u}\bar{u}^3) + D_i(\frac{16}{3}\bar{u}\bar{u}^3 - \frac{64}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 + 16\bar{u}\bar{u}^3) + E_i(-\bar{u}\bar{u}^3 + \frac{13}{3}\bar{u}^2\bar{u}^2 - \frac{13}{3}\bar{u}\bar{u}^3 + \bar{u}^4),
 \end{aligned} \quad (13)$$

где $0 \leq u \leq 1$, $\bar{u} = (1-u)$, а i от 1 до 5.

Образующую линию определим с помощью параметра u точечным уравнением (11). Подставим в уравнение исходные данные из (табл. 1), в результате получим систему параметрических уравнений которая полностью совпадает с системой параметрических уравнений (12) с точностью до полиномиальных коэффициентов.

На основании полного совпадения систем параметрических уравнений можно сделать вывод о том, что геометрические модели с квадратной геометрической схемой построения представленной на (рис. 3а,б) полностью совпадают. А это значит, что модели с геометрической квадратной схемой не зависят от выбора направления опорных линий.

Вариативные геометрические модели с прямоугольной геометрической схемой построения поверхности отклика

Во втором примере рассмотрим прямоугольную геометрическую схему построения геометрической модели зависимости прочностных характеристик дегтеполимербетона от концентрации доломитовой пыли и температуры, предложенную в работе [11]. Геометрическая схема моделирования физико-механических свойств в работе [11] представлена на рис. 6а.

Рис. 6. Вариативные прямоугольные геометрические схемы.

Fig. 6. Variable rectangular geometric patterns.

В соответствии с геометрической схемой (рис. 6 а) поверхность определяется пятью опорными линиями: $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$, $D_1D_2D_3$, и $E_1E_2E_3$, точечные уравнения которых выражены как дуги парабол 2-го порядка:

$$M_1 = A_1\bar{u}(1-2u) + 4A_2\bar{u}u + A_3u(2u-1), \quad (14)$$

где $0 \leq u \leq 1$, а $\bar{u} = (1-u)$.

Определение других опорных линий M_2, M_3, M_4 и M_5 выполняется аналогичным образом. Образующая линия, определяется как кривая, проходящая через пять точек: M_1, M_2, M_3, M_4 и M_5 , точечное уравнение

которой имеет вид (11). С учётом покоординатного расчёта, в работе [11] получена система параметрических уравнений:

$$\begin{cases} T = 20u^2 + 30u, \\ C = w^4 + 5,33w^3 - 4w^2 + 2,6w, \\ R_{сж} = (-17,06u^2 + 19,2u + 9,6)w^4 + (14,9u^2 - 19,2u - 18,6)w^3 + \\ + (5,8u^2 + 4,4u + 1,7)w^2 + (8,5 - 4,5u^2 - 4,6u)w + 6 - 10,6u + 5,2u^2. \end{cases} \quad (15)$$

Рассмотрим другую геометрическую схему (рис. 6б), сформировав три опорных линии состоящих из пяти точек: A_1 , B_1 , C_1 , D_1 и E_1 , тогда точечные уравнения примут вид аналогичный уравнению (13). Расчёт опорных линий M_1 , M_2 и M_3 выполняется по уравнению (13). Уравнение образующей кривой с учетом изменения в геометрической схеме примет вид аналогичный (14):

$$M = M_1\bar{w}(1-2w) + 4M_2w\bar{w} + M_3w(2w-1), \quad (16)$$

где $0 \leq w \leq 1$, а $\bar{w} = (1-w)$.

Воспользуемся исходными данными из (табл. 2) и получим следующую систему параметрических уравнений:

$$\begin{cases} T = 20u^2 + 30u, \\ C = w^4 + 5,34w^3 - 4w^2 + 2,7w \\ R_{сж} = (19,2u - 17,06u^2 + 9,59)w^4 + (-19,2u + 14,9u^2 - 18,7)w^3 + \\ + (1,8 + 5,9u^2 + 4,4u)w^2 + (8,6 - 4,5u^2 - 4,6u)w + 6 - 10,6u + 5,2u^2. \end{cases} \quad (17)$$

Выполним визуальное сравнение двух моделей путём наложений их друг на друга. На рис. 7 серым цветом обозначена эталонная поверхность, которая соответствует геометрической схеме (рис. 6а), а черным цветом обозначена поверхность, полученная по геометрической схеме (рис. 6б).

Рис. 7. Сравнение вариативных прямоугольные геометрических схем.
Fig. 7. Comparison of variation rectangular geometric schemes.

Из визуального сравнения представленного на (рис. 7) видно, что геометрические модели почти полностью совпадают. При сравнении уравнений (15) и (17) видно, что полиномиальные коэффициенты являются практически одинаковыми, разницу между ними можно считать результатом погрешности вычислений и округлений. Из этого следует, что в моделях, которые относятся к прямоугольным, выбор направления опорных и образующей кривой, оказывает незначительное влияние.

Следует отметить, что в данном случае близкое совпадение геометрических моделей может быть связано с тем, что описывающая функция является гладкой. Для других геометрических моделей требуется проведение дополнительных исследований.

Вариативные геометрические модели с смешанной геометрической схемой построения поверхности отклика

В третьем случае рассмотрим смешанную геометрическую схему, на примере моделирования зависимости степени сухости пара от температуры и удельного объёма хладагента R407C.

Предложенная в работе [12] геометрическая модель выполнена с неравномерным распределением экспериментальных точек (рис. 8а).

В ходе геометрического моделирования были использованы исходные данные из работы [12], в

которой сгруппировано 20 точек так, что они образуют геометрическую схему из пяти опорных линий (рис. 8а). Определим их как дуги параболы 4-го порядка, расчёт которых выполняется по уравнению (10) для $A_1A_2A_3A_4A_5$ и $B_1B_2B_3B_4B_5$; уравнение 3-го порядка, проходящая через 4 наперёд заданные точки для $C_1C_2C_3C_4$; уравнение дуги параболы 2-го порядка решённых аналогично уравнению (16) для $D_1D_2D_3$ и $E_1E_2E_3$.

После поскоординатного расчёта с учётом исходных данных [12], получим:

$$\begin{cases} t = -40 + 100u, \\ v = 0.006 + (-0.32 - 11.60u^4 + 26.96u^3 - 20.77u^2 + 5.73u)w^4 + (0.68 + 20.77u^4 - 48.94u^3 + 38.52u^2 - \\ - 11.034u)w^3 + (-0.32 - 9.84u^4 + 23.87u^3 - 19.43u^2 + 5.72u)w^2 + (0.21 + 1.34u^4 - 3.79u^3 + 3.76u^2 - 1.53u)w, \\ X = (-97.21u^4 + 222.32u^3 - 166.05u^2 + 42.29u - 1.34)w^4 + (141.47u^4 - 337.21u^3 + 266.55u^2 - 73.5u + 2.68)w^3 + \\ + (-22.73u^4 + 80.22u^3 - 89.05u^2 + 32.94u - 1.43)w^2 + (-22.20u^4 + 35.3u^3 - 11.98u^2 - 1.814u + 1.07)w + \\ + 0.54u^2 + 0.0276 + 0.072u + 0.67u^4 - 0.64u^3. \end{cases}$$

Рис. 8. Вариативные смешанные геометрические схемы.

Fig. 8. Variable mixed geometric patterns.

В случае преобразования, получим иную геометрическую модель (рис. 8б), где опорные линии будут рассчитываться как кривые, проходящие через пять точек: A_i , B_i , C_i , D_i и E_i :

$$\begin{aligned} M_i = & A_i(\bar{w}^4 - \frac{13}{3}w\bar{w}^3 + \frac{13}{3}\bar{w}^2w^2 - \bar{w}w^3) + B_i(16w\bar{w}^3 - \frac{64}{3}\bar{w}^2w^2 + \frac{16}{3}\bar{w}w^3) + C_i(-12w\bar{w}^3 + 40\bar{w}^2w^2 - 12\bar{w}w^3) + \\ & + D_i(\frac{16}{3}w\bar{w}^3 - \frac{64}{3}\bar{w}^2w^2 + 16\bar{w}w^3) + E_i(-w\bar{w}^3 + \frac{13}{3}\bar{w}^2w^2 - \frac{13}{3}\bar{w}w^3 + w^4), \end{aligned}$$

где $0 \leq w \leq 1$, а $\bar{w} = (1 - w)$.

Уравнение образующей будет иметь вид аналогичный уравнению (11), а система параметрических уравнений:

$$\begin{cases} t = -40 - 9600u\bar{u}^2\bar{u}w^3 + (16000u^4 - 32000u^3 + 19600u^2 - 3600u)w^2 - 6400\bar{u}\bar{u}^2\bar{u}w, \\ v = 0.006 + (-0.32 + 7.05u^4 - 4.36u^3 - 9.84u^2 + 7.47u)w^4 + (0.68 - 10.58u^4 + 0.67u^3 + 25.96u^2 - 16.71u)w^3 + \\ + (-0.32 + 4.84u^4 + 2.84u^3 - 17.78u^2 + 10.38u)w^2 + (0.21 - 0.661u^4 - 1.04u^3 + 3.74u^2 - 2.24u)w, \\ X = (0.67 + 7.23w^4 - 18.09w^3 + 15.82w^2 - 5.65w)u^4 + (-102.44w^4 + 214.82w^3 - 144.24w^2 + 32.5w - 0.64)u^3 + \\ + (125.63w^4 - 256.78w^3 + 163.81w^2 - 33.20w + 0.54)u^2 + (-29.31w^4 + 59.54w^3 - 36.87w^2 + 6.56w + 0.072)u - \\ + 1.43w^2 + 0.0276 + 1.07w - 1.34w^4 + 2.68w^3. \end{cases}$$

Воспользуемся системой компьютерной алгебры для того, чтобы произвести визуальное сравнение двух моделей (рис. 9). Где черным цветом обозначена эталонная поверхность, которая

соответствует геометрической схеме, представленной в работе [12] (рис. 8а), а серым цветом обозначена поверхность, полученная по геометрической схеме (рис. 8б).

Рис. 9. Сравнение вариативных смешанных геометрических схем.

Fig. 9. Comparison of variational mixed geometric schemes.

Из визуального сравнения представленного на (рис. 9) видно, что геометрические модели частично совпадают, кроме участка в районе, где опорные линии имеют общую точку. В этом месте имеет место самопересечение поверхности отклика, построенной по геометрической схеме (рис. 8б). Учитывая это можно сделать вывод, о том, что модели с неравномерным распределением исходных данных могут иметь значительные отличия и требуют дополнительных исследований для выбора более качественной геометрической модели процесса. Важно отметить, что на рис. 8б в качестве примера изображен всего один из возможных вариантов построения геометрической схемы модели процесса. При этом разные геометрические схемы будут давать модели, обладающие разными геометрическими свойствами, но проходящими через исходные узловые точки интерполяции.

ВЫВОДЫ

В работе рассмотрено влияние вариативных геометрических алгоритмов моделирования многофакторных процессов с помощью многомерной интерполяции. На примере построения геометрических схем моделирования двумерных геометрических интерполянтов показано влияние выбора опорных линий, на искомую поверхность отклика. В результате вычислительных экспериментов установлено, что

для квадратной геометрической схемы вариативность не влияет на итоговые результаты так как системы параметрических уравнений полностью совпали на уровне полиномиальных коэффициентов, в прямоугольной геометрической схеме вариативность оказывает незначительное влияние поскольку полиномиальные коэффициенты являются практически одинаковыми и разницу между ними можно считать результатом погрешности вычислений и округлений. Смешанные геометрические схемы могут иметь значительные отличия геометрической формы, связанные с наличием кратных точек интерполяции, что вызывает самопересечение поверхности. Такие геометрические схемы требуют дополнительных исследований для выбора наиболее качественной геометрической модели процесса.

Перспективой дальнейших исследований является дальнейшее развитие вариативного подхода к геометрическому моделированию многофакторных процессов с помощью многомерной интерполяции, в частности, разработку инструментов сравнения геометрических объектов многомерного пространства и критериев выбора наилучших решений из имеющихся вариаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пахнатов И.А. Многомерная интерполяция // Интерактивная наука. 2017. №5(15). С. 83-87.

2. Шитова М.В., Кривель С.М. Итеративная методика и программа ЭВМ аппроксимации и интерполяции многомерных данных // Вестник Иркутского университета. 2020. № 23. С. 59-61.

3. Глазунова Е.В., Деулин А.А., Куликов М.С., Старостин Н.В. Применение методов многомерной интерполяции при планировании сложных вычислительных экспериментов с суперкомпьютерными двойниками // В сборнике: Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии. Труды XX Международной конференции, под ред. проф. В.П. Гергеля. Нижний Новгород, 2020. С. 116-119.

4. Болотский А.В. Многомерная интерполяция // Информационные технологии в науке и образовании. Проблемы и перспективы. Сборник научных статей Всероссийской межвузовской научно-практической конференции. Под редакцией Л.Р. Фионовой. 2018. С. 87-89.

5. Конопацкий Е.В. Геометрическое моделирование многофакторных процессов на основе точечного исчисления: дис. д-ра техн. наук: 05.01.01. Нижний Новгород, 2020. 307 с.

6. Конопацкий Е.В. Геометрическая теория многомерной интерполяции // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. Брянск: БГТУ, 2020. № 1(07). С. 9-16.

7. Конопацкий Е.В. Подход к построению геометрических моделей многофакторных процессов многомерной интерполяции // Программная инженерия. М.: 2019. Т.10. № 2. С. 77-86.

8. Балюба И.Г., Конопацкий Е.В. Точечное исчисление. Историческая справка и основополагающие определения // Тр. 8-й Междунар. науч. конф. «Физико-техническая информатика», 09-13 ноября 2020 г. Нижний-Новгород, 2020. Ч. 2. С. 321-327. DOI: 10.30987/conferencearticle_5fd755c0adb1d9.2703826 5.

9. Балюба И.Г., Конопацкий Е.В., Бумага А.И. Точечное исчисление // Макеевка: ДОННАСА, 2020. 244 с.

10. Короев Ю.И. Начертательная геометрия // М.: КноРус., 2015. 422 с.

11. Конопацкий Е.В., Бумага А.И., Крысько А.А., Воронова О.С. Геометрическое моделирование и оптимизация физико-механических свойств деттеполимербетона // Информационные технологии в проектировании и производстве. М.: НТЦ «Компас», 2019. № 1 (173). С. 20-24.

12. Воронова О.С. Конструирование составных поверхностей отклика применительно к моделированию зависимости физических параметров хладагента // Проблемы искусственного интеллекта. 2019. № 1(12). С. 52-63.

REFERENCES

1. Pakhnutov I. A. Multidimensional interpolation / Interactive science. 2017. No. 5 (15). pp. 83-87.

2. Shitova M. V., Krivel S. M. Iterative methodology and computer program for approximation and interpolation of multidimensional data. 2020. No. 23. pp. 59-61.

3. Glazunova E. V., Deulin A. A., Kulikov M. S., Starostin N. V. Application of multidimensional interpolation methods in planning complex computational experiments with supercomputer doubles / In the collection: Mathematical modeling and supercomputer technologies. Proceedings of the XX International Conference. edited by Prof. V. P. Gergel. Nizhny Novgorod, 2020. pp. 116-119.

4. Bolotsky A.V. Multidimensional interpolation / Information technologies in science and education. Problems and prospects. Collection of scientific articles of the All-Russian Interuniversity Scientific and Practical Conference. Edited by L. R. Fionova. 2018. pp. 87-89.

5. Konopatskiy E. V. Geometric modeling of multifactor processes on the basis of point calculus: dis. of Doctor of technical sciences: 05.01.01. Nizhny Novgorod, 2020. 307 p.

6. Konopatskiy E. V. Geometric theory of multidimensional interpolation / Automation and modeling in design and management. Bryansk: BSTU, 2020. No. 1 (07). pp. 9-16.

7. Konopatskiy E. V. Approach to the construction of geometric models of multivariate processes of multidimensional interpolation / Software Engineering. Moscow: 2019. Vol. 10. No. 2. pp. 77-86.

8. Balyuba I. G., Konopatskiy E. V. Point calculus. Historical background and basic definitions / Tr. 8th Intern. nauch. Conf. "Physical and technical Informatics", 09-13 Nov 2020 Nizhny-Novgorod, 2020. Part 2. pp. 321-327. DOI: 10.30987/conferencearticle_5fd755c0adb1d9.2703826 5.

9. Baluba I. G., Konopatskiy E. V., I. A. Bumaga Point calculation // Makiivka: DONNACEA, 2020. 244 p.

10. Koroev Yu. I. Descriptive geometry / Moscow: KnoRus., 2015. 422 p.

11. Konopatskiy E. V., Bumaga A. I., Krysko A. A., Voronova O. S. Geometric modeling and optimization of physical and mechanical properties of detaillierten / Information technologies in design and manufacturing. Moscow: NTTS "Compass", 2019. No. 1(173). pp. 20-24.

12. Voronova O. S. Design of composite surfaces response in relation to the modelling of dependence of physical parameters of the refrigerant / Problems of artificial intelligence. 2019. No. 1(12). pp. 52-63.

VARIATIVE GEOMETRIC ALGORITHMS FOR MODELING MULTIFACTOR PROCESSES

Seleznev I.V.¹, Konopatskiy E.V.², Voronova O.S.³

^{1, 2, 3} Donbas national academy of civil engineering and architecture
DPR, Makeevka, st. Derzhavina 2

¹ i.v.seleznyov@yandex.ru; ² e.v.konopatskiy@mail.ru; ³ kornilova.oly@mail.ru

Abstract. The work is investigated by the influence of variable geometric algorithms in modeling multifactor processes using multidimensional interpolation. Geometric models of multifactorial processes obtained using multidimensional interpolation inherent variability, which is a consequence of the multiplicity of the choice of reference lines during the development of geometric modeling schemes. At the same time, all possible variations of geometric interpolants are fully satisfying the initial data. It has been established that the number of variations of geometric schemes directly depends on the number of current parameters and the dimension of the space in which the simulated geometrical object is located. Thus, a variable approach to geometrical modeling of multifactor processes generates a number of scientific tasks, the main one is the need to determine the effect of the variability of geometric algorithms on the final results of the computational experiment and, as a result, the choice of the best modeling results. To this end, the article presents the studies of variable geometric algorithms and computational experiments on the example of 2-parametric geometric interpolants. A classification of 2-parametric geometric interpolants, which were conditionally divided into 3 types. Depending on the geometric scheme of constructing interpolants, the square geometric scheme, a rectangular geometric scheme, a mixed geometric scheme. As a result of computational experiments, it was found that for a square geometric scheme, the variability does not affect the final results, in rectangular geometric schemes, the variability has a slight influence, and mixed geometric schemes may have significant differences and require additional research to select the highest quality geometric process model. Comparison of geometric models were performed by the methods of scientific visualization by overlaying the response surfaces on each other.

Key words: geometric modeling, variable geometric algorithms, multifactor process, response surface, geometric interpolant, point calculus.